Sur la valeur du critère de conservation de l'énergie en tant que test de validité des calculs numériques sur ordinateur

G. TAYEB et R. PETIT
Laboratoire d'Optique Electromagnétique, U.A. au CNRS n° 843,
Faculté des Sciences et Techniques, Centre de Saint-Jérôme,
13397 MARSEILLE CEDEX 13, France

Abstract

We discuss the validity of the so-called energy balance criterion as a check of numerical methods in the electromagnetic theory of gratings.

Une communication sur le même sujet venant d'être faite au congrès de la SPIE (San Diego, Août 1987), on pourra se reporter au compte rendu de cette réunion pour plus d'informations. Nous avons pensé qu'il suffit ici de résumer en quelques lignes nos réflexions.

Dans toute étude numérique fondée sur des considérations théoriques rigoureuses, on est amené à "tronquer" certains développements en série (l'ordinateur ne connait pas l'infini!). Les résultats obtenus sont donc, pour cette raison (et aussi par suite des erreurs d'arrondi), des résultats approchés. Quand la vérification expérimentale n'est pas possible, ou difficile, il faut disposer de critères simples pour tester la valeur de l'approximation. On admet souvent que, dans la mesure où les résultats vérifient systématiquement le critère de conservation de l'énergie (energy balance criterion), les "troncatures" sont justifiées. Il apparait que cette affirmation est sujette à caution.

1. Etudions tout d'abord les propriétés d'un réseau diélectrique sans pertes, par la méthode différentielle [1], dans l'un ou l'autre des deux cas de polarisation (TE ou TM). Le champ est décrit par une seule fonction scalaire u(x,y) que l'on représente par un développement en série de Fourier généralisé. Nous montrons que le critère de conservation de l'énergie (la somme des efficacités est égale à 1) est automatiquement vérifié quel que soit le nombre de termes conservés dans la série (cette série devant évidemment être tronquée pour les besoins du calcul

numérique). L'expérience numérique confirme ce résultat. Dans la même optique, nous avons aussi étudié la valeur d'un autre test souvent utilisé, savoir le théorème de réciprocité. Il nous a semblé que la réciprocité était aussi systématiquement vérifiée malgré les troncatures. Il faut avouer que nos expériences numériques n'ont pas confirmé ces prévisions ; nous n'avons pas encore compris pourquoi et le problème reste ouvert.

2. Reprenons l'étude pour un réseau lamellaire suivant la méthode mise au point pour les réseaux profonds [2,3]. Ici, tout compte fait, il s'agit d'exprimer l'annulation de deux fonctions* sur un intervalle borné. Ceci se fait par projection sur une "base". On peut utiliser deux fois la même base ou deux bases différentes. Dans le premier cas, le critère de conservation de l'énergie n'est pas automatiquement vérifié après troncature. On arrive à la conclusion contraire dans le deuxième cas, et il est alors évident qu'il ne faut pas, pour justifier la qualité de la méthode, faire remarquer que la somme des efficacités est égale à l'unité avec une très grande précision.

En conclusion, il est parfois bien difficile de proposer un critère de validité pour des résultats obtenus après une étude numérique quelque peu compliquée. Par exemple, au paragraphe 1, constater que la somme des efficacités diffère de 1 prouverait tout au plus qu'une erreur de programmation a été commise ou que l'intégration numérique du système differentiel a été mal conduite. Encore que, comme cela a été signalé dans le passé par des membres de notre laboratoire [4], certains algorithmes d'intégration assurent la vérification du critère de conservation de l'énergie quel que soit le pas d'intégration.

[1] Electromagnetic theory of gratings. Editor R. Petit, Topics in Current Physics, vol. 22, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 1980.

---

* Le champ $u(x,y)$ est décrit par un développement sur la base de Fourier ou sur une base de fonctions propres suivant que y est supérieur ou inférieur à la profondeur h des sillons. La continuité de u et de $\partial u/\partial y$ en $y = h$ s'exprime par l'annulation de leurs sauts respectifs.

[2] Sur la détermination numérique des efficacités de certains réseaux diélectriques profonds. J. Y. Suratteau, M. Cadilhac, R. Petit, J. Optics (Paris), 1983, vol. 14, n° 6, p. 273-288.

[3] J.Y. Suratteau, Thèse, Université de Droit, d'Economie et des Sciences d'Aix-Marseille III, Faculté des Sciences et Techniques de Saint-Jérôme, 14 Juin 1985.

[4] Sur une nouvelle méthode de résolution du problème de la diffraction d'une onde plane par un réseau infiniment conducteur. M. Nevière, G. Cerutti-Maori, M. Cadilhac, Optics Commun., vol. 3, n° 1, Mars 1971, p. 48-52.